Inhaltsverzeichnis **Seite**

Abschnitt 3

Anhang

C. <u>Der einfache und zusammengesetzte Dreisatz</u>

<u>Beispiel 1</u>: a) 5 Äpfel kosten 2,20 €. Berechnen Sie den Preis für 3 Äpfel.

Ich werde Ihnen die einfachste Methode für das Lösen von Dreisatzaufgaben vorstellen. Aber zunächst die Frage, woher kommt der Name Dreisatz? Ich erkläre es Ihnen anhand des obigen Beispiels.

Bei dieser Aufgabe sollte man zunächst den Ansatz aufschreiben. Dieser lautet:

5 Äpfel - 2,20 €
<u>3 Äpfel - x</u>

Man sollte die Unbekannte x im Ansatz immer unten rechts hinschreiben. Jetzt kann man diese Aufgabe folgendermaßen lösen:

5 Äpfel - 2,20 € (1. Satz) → Hier wird die bekannte Information aufgeschrieben

1 Apfel - $\frac{2,20}{5}$ € (2. Satz) → Man hat den Preis für 1 Apfel berechnet.

3 Äpfel - $\frac{2,20}{5} \cdot 3$ € (3. Satz) → Man geht auf die Fragestellung ein und erhält das Ergebnis.

<u>Antwort</u>: 3 Äpfel kosten also 1,32€.

Die obige Methode ist zeitaufwändig. Die schnellste Methode läuft folgendermaßen ab: Man schreibt zunächst den Ansatz des Dreisatzes auf. Dann schreibt man x = ----. Auf diesem Bruchstrich müssen jetzt die 3 Zahlen aus unserem Beispiel richtig verteilt werden. Die Zahl über dem x kommt immer in den Zähler. Anschließend liest man die beiden Zeilen des Ansatzes in Richtung der Unbekannten x. Also: 5 Äpfel kosten 2,20 €, 3 Äpfel kosten wie viel €. Jetzt müssen Sie die Frage beantworten, ob 3 Äpfel mehr oder weniger als 5 Äpfel kosten. Wenn man die Frage mit „mehr“ beantwortet, dann kommt die größere Zahl in den Zähler (hier: die Zahl 5) und demzufolge die andere Zahl (hier: die Zahl 3) in den Nenner. Beantworten Sie die Frage mit „weniger“, so kommt die größere Zahl (hier: die Zahl 5) in den Nenner und die andere Zahl (hier: die Zahl 3) in den Zähler.

Der Vorteil dieser Methode ist, dass Sie die Begriffe „proportionales bzw. antiproportionales Verhältnis“ nicht kennen müssen. Außerdem gilt immer bei der Beantwortung der Frage: „mehr“ → die größere Zahl kommt in den Zähler
„weniger“ → die größere Zahl kommt in den Nenner.

Also noch einmal unser Beispiel:

5 Äpfel - 2,20€
<u>3 Äpfel - x</u>

$x = \frac{2,20 \cdot 3}{5} = 1,32€$

b) 16 Kugeln wiegen 56 kg. Berechnen Sie, wie viel 63 Kugeln wiegen.

16 K. - 56 kg
<u>63 K. - x</u>

$x = \frac{56 \cdot 63}{16} = 220{,}5$ kg

Antwort: 63 Kugeln wiegen 220,5 kg.

c) Die Parkanlage einer Ortschaft muss mit neuen Bäumen, Büschen und Blumen bepflanzt werden. Hierzu brauchen 8 Gärtner bei einer täglichen Arbeitszeit von 8 Stunden insgesamt 24 Tage. Berechnen Sie die Mindestanzahl der Gärtner, um diese Arbeit bei einer täglichen Arbeitszeit von 6 Stunden in 18 Tagen zu erledigen.

→ bei dieser Aufgabe handelt es sich um einen zusammengesetzten Dreisatz. Es wird wieder der Ansatz erstellt. Zuerst berücksichtigt man die linke Spalte **nicht**, so dass sich wieder ein einfacher Dreisatz ergibt, den Sie wieder nach der oben beschriebenen Methode lösen. Anschließend berücksichtigt man **nicht** die mittlere Spalte. Es ergibt sich wieder ein einfacher Dreisatz, den Sie wie gewohnt lösen.

→ 24 T. - 8 St. - 8G.
<u>18 T. - 10 St. - x</u>

$x = \frac{8 \cdot 24 \cdot 8}{18 \cdot 10} = 8{,}533$

<u>Antwort</u>: Es werden mindestens 9 Gärtner benötigt, um die Arbeit in der Zeit zu schaffen.

<u>Erläuterungen</u>: Die Zahl 8 steht über dem x und kommt daher in den Zähler des Bruches. Die linke Spalte wird nicht berücksichtigt, so dass die Fragestellung lautet: Bei einer täglichen Arbeitszeit von 8 Stunden braucht man für die Arbeit 8 Gärtner. Braucht man bei einer täglichen Arbeitszeit von 10 Stunden für die gleiche Arbeit mehr oder weniger Gärtner? Da jetzt täglich länger gearbeitet wird, braucht man natürlich jetzt weniger Gärtner. Das bedeutet, dass die Zahl 10 in den Nenner und die Zahl 8 in den Zähler kommt. Jetzt wird die mittlere Spalte nicht berücksichtigt, so dass die Fragestellung lautet: Um eine Arbeit in 24 Tagen zu schaffen, braucht man 8 Gärtner. Wenn die gleiche Arbeit in 18 Tagen geschafft werden soll, braucht man dann mehr oder weniger Gärtner? Da man jetzt nicht mehr so viel Zeit hat, braucht man natürlich mehr Gärtner. Das bedeutet, dass die Zahl 24 in den Zähler und die Zahl 18 in den Nenner kommt.

d) 12 Mitarbeiter der Firma Amazon verpacken in 8 Stunden 750 Pakete. Berechnen Sie, wie viel Pakete mindestens verpackt werden können, wenn 2 Mitarbeiter zusätzlich eingestellt werden und die tägliche Arbeitszeit 9 Stunden beträgt.

→ 12 A. - 8 St. - 750 P.
<u>14 A. - 9 St. - x</u>

$x = \frac{750 \cdot 14 \cdot 9}{12 \cdot 8} = 984{,}375$

<u>Antwort</u>: Es können mindestens 984 Pakete verpackt werden.

e) Ein Kieswerk hat einen großen Kieshaufen an Kunden zu verfrachten. Dem Kieswerk stehen 8 LKW zur Verfügung, die alle ein Ladevolumen von 7 Kubikmeter besitzen. Wenn alle LKW täglich 6 Fuhren machen, so ist der Kieshaufen in 14 Tagen abgetragen. Berechnen Sie, wie viel Tage für die Abtragung des Kieshaufens mindestens notwendig sind, wenn 11 LKW mit jeweils einem Ladevolumen von 8

Kubikmeter täglich 4 Fuhren machen.

→ 8 LKW - 7 Kubik - 6 F. - 14 T.
11 LKW - 8 Kubik - 4 F. - x

$$x = \frac{14 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8}{4 \cdot 8 \cdot 11} = 13{,}36$$

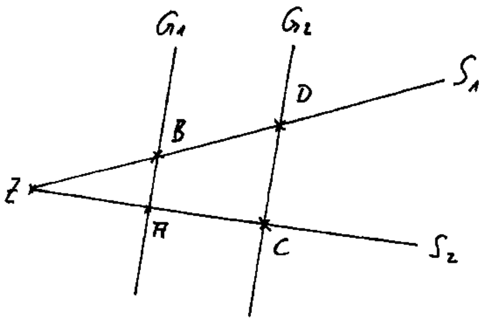
→ Hinweis: Es müssen jetzt immer 2 Spalten unberücksichtigt bleiben, damit man einfache Dreisätze erhält.

Antwort: Es sind mindestens 14 Tage für die Abtragung des Kieshaufens notwendig.

D. Die Strahlensätze

1. Aussage: Von einem Zentrum Z gehen 2 Strahlen S_1 und S_2 aus. Beide Strahlen werden von 2 parallelen Geraden G_1 und G_2 geschnitten. Es gilt dann die folgende Beziehung:

$$\frac{ZA}{AB} = \frac{ZC}{CD}$$

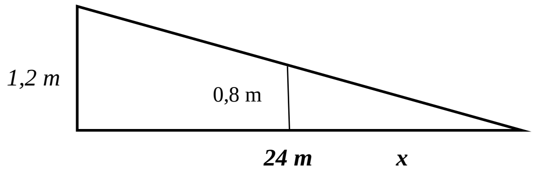


2. Aussage: Von einem Zentrum Z gehen 2 Strahlen S_1 und S_2 aus. Beide Strahlen werden von 2 parallelen Geraden G_1 und G_2 geschnitten. Es gilt dann die folgende Beziehung:

$$\frac{ZA}{ZC} = \frac{ZB}{ZD}$$

Das sind die beiden Strahlensätze in der Mathematik. Wie man erkennt, werden hier Strecken ins Verhältnis zueinander gesetzt.

Beispiel 1: In einem rechtwinkligen Dreieck beträgt die Länge der waagerechten Kathete 24 m und die der senkrechten Kathete 1,2 m. Diesem Dreieck möchte man ein kleineres Dreieck so einbeschreiben, dass alle 3 Winkel des Dreiecks erhalten bleiben. Die Länge der senkrechten Kathete soll 0,8 m betragen. Berechnen Sie die Länge der waagerechten Kathete (siehe Skizze).

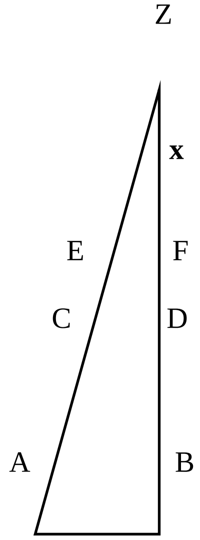


→ $\frac{1{,}2}{24} = \frac{0{,}8}{x}$ (es handelt sich hier um eine Bruchgleichung; da sowohl auf der linken als auch auf der rechten Seite lediglich ein Bruch steht, kann man die Gleichung über Kreuz multiplizieren.)

→ 1,2x = 0,8·24
→ 1,2x = 19,2 |: 1,2
→ x = 16

Antwort: Die waagerechte Kathete hat eine Länge von 16 m.

Beispiel 2: Berechnen Sie in dem gegebenen rechtwinkligem Dreieck die Länge x (siehe Skizze).



AB = 60 m
CD = 35 m
BD = 50 m
DF = 5 m
FZ = x

→ $\frac{\boldsymbol{AB}}{\boldsymbol{BZ}} = \frac{\boldsymbol{CD}}{\boldsymbol{DZ}}$

→ $\frac{60}{55+x} = \frac{35}{5+x}$

→ 60(5 + x) = 35(55 + x)
→ 300 + 60x = 1925 + 35x |- 35x |- 300
→ 25x = 1625 |: 25
→ x = 65

Antwort: Die Länge x beträgt 65 Meter.

Beispiel 3: Ein 3 m langer senkrecht stehender Stab wirft einen Schatten von 1,80 m. Gleichzeitig wirft ein senkrecht stehender Baum einen Schatten von 15,80 m. Berechnen Sie die Höhe des Baumes.

→ die Skizze ist ähnlich wie in Beispiel 1, so dass ich diesmal darauf verzichte.
→ $\frac{3}{1,8} = \frac{x}{15,8}$ |· 15,8 |· 1,8

→ 47,4 = 1,8x |: 1,8
→ x = $\frac{79}{3}$

Antwort: Der Baum hat eine Höhe von 26,33 Meter.

1.1.6 Der Fall mit der Dichte der rationalen Zahlen

Satz: Es seien a und b zwei unterschiedliche rationale Zahlen. Man kann stets eine weitere rationale Zahl finden, die zwischen diesen beiden Zahlen liegt.

Beweis: Da a und b zwei unterschiedliche rationale Zahlen sind, muss die eine der beiden Zahlen kleiner als die andere sein. Wir wollen voraussetzen, dass a kleiner als b ist.
Es gilt: $a < b$
→ $a + a < a + b < b + b$
→ $2a < a + b < 2b$ |: 2
→ $a < \frac{a+b}{2} < b$
→Die rationale Zahl, die zwischen a und b liegt, heißt $\frac{a+b}{2}$.

Satz: Es seien a und b zwei unterschiedliche rationale Zahlen. Die Differenz d_1 zwischen der rationalen Zahl $\frac{a+b}{2}$ und a ist identisch mit der Differenz d_2 zwischen der rationalen Zahl b und $\frac{a+b}{2}$.

Beweis: Es gilt $a < \frac{a+b}{2} < b$ (siehe den Beweis des vorherigen Satzes)
→ Es gibt Differenzen d_1 und d_2 mit den folgenden Eigenschaften:
$a + d_1 = \frac{a+b}{2}$ und $\frac{a+b}{2} + d_2 = b$
→Wir lösen beide Gleichungen nach d_1 bzw. d_2 auf.
$d_1 = \frac{a+b}{2} - a$ und $d_2 = b - \frac{a+b}{2}$
→Wir wollen nachweisen, dass $\frac{a+b}{2} - a = b - \frac{a+b}{2}$ gilt.
Annahme: Die obige Aussage $\frac{a+b}{2} - a = b - \frac{a+b}{2}$ sei richtig.
Beweis: $\frac{a+b}{2} - a = b - \frac{a+b}{2}$ $|+ \frac{a+b}{2}$ $|+ a$
→ $\frac{a+b}{2} + \frac{a+b}{2} = b + a$
→ $2 \cdot \frac{a+b}{2} = a + b$
→ $a + b = a + b$ |- b
→ $a = a$
→ Es handelt sich um eine wahre Aussage. Damit ist die obige Annahme richtig.

Satz: Es seien a und b zwei unterschiedliche rationale Zahlen. Zwischen diesen beiden Zahlen liegen beliebig viele (unendlich viele) andere rationale Zahlen. Diese Eigenschaft der rationalen Zahlen wird als **Dichte** bezeichnet.

Beweis: Es gilt $a < b$
→ Wir bilden den Mittelwert dieser beiden Zahlen und erhalten die Beziehung
$a < \frac{a+b}{2} < b$ (vorletzter Beweis)
→ Wir betrachten jetzt die beiden rationalen Zahlen a und $\frac{a+b}{2}$. Wir bilden den Mittelwert dieser beiden Zahlen.
Er lautet: $\frac{a+\frac{a+b}{2}}{2} = \frac{a}{2} + \frac{a+b}{4} = \frac{2a+a+b}{4} = \frac{3a+b}{4}$
→ Es gilt also: $a < \frac{3a+b}{4} < \frac{a+b}{2} < b$
→ Wir betrachten jetzt die beiden Zahlen a und $\frac{3a+b}{4}$. Wir bilden den Mittelwert dieser beiden Zahlen.
Er lautet: $\frac{a+\frac{3a+b}{4}}{2} = \frac{a}{2} + \frac{3a+b}{8} = \frac{4a+3a+b}{8} = \frac{7a+b}{8}$
→ Es gilt also: $a < \frac{7a+b}{8} < \frac{3a+b}{4} < \frac{a+b}{2} < b$

→ Wir betrachten jetzt die beiden Zahlen a und $\frac{7a+b}{8}$. Wir bilden wieder den Mittelwert dieser beiden Zahlen.

Er lautet: $\frac{a+\frac{7a+b}{8}}{2} = \frac{a}{2} + \frac{7a+b}{16} = \frac{8a+7a+b}{16} = \frac{15a+b}{16}$

→ Es gilt also: a < $\frac{15a+b}{16} < \frac{7a+b}{8} < \frac{3a+b}{4} < \frac{a+b}{2}$ < b

→ Wenn wir so weiter verfahren, erhalten wir eine Folge von Mittelwerten. Die Folge der Mittelwerte sieht folgendermaßen aus:

$M_n = \frac{a+b}{2}; \frac{3a+b}{4}; \frac{7a+b}{8}; \frac{15a+b}{16}; \frac{31a+b}{32}; \frac{63a+b}{64}$;…usw.

→ Man erkennt eine Gesetzmäßigkeit im Aufbau der Mittelwerte. Sie lautet:

$M_n = \frac{(2^1-1)a+b}{2^1}; \frac{(2^2-1)a+b}{2^2}; \frac{(2^3-1)a+b}{2^3}; \frac{(2^4-1)a+b}{2^4}$;…usw.

1. Glied 2. Glied 3. Glied 4. Glied

Allgemein: $M_n = \frac{(2^n-1)a+b}{2^n}$, wobei n alle natürlichen Zahlen durchläuft.

→ Da es unendlich viele natürliche Zahlen n gibt, muss es auch unendlich viele Mittelwerte M_n geben.

Wenn der Leser immer noch unsicher sein sollte, ob die Mittelwerte M_n kleiner als b und größer als a sind, so kann man die Richtigkeit dieser Eigenschaft auch durch einen anderen Beweis überprüfen.

Aussage: $M_n = \frac{(2^n-1)a+b}{2^n}$ > a

Diese Aussage ist gültig für n, wobei n alle natürlichen Zahlen durchläuft, und für alle rationalen Zahlen a und b, wobei b größer als a ist.

Beweis: $\frac{(2^n-1)a+b}{2^n} = \frac{2^n a-a+b}{2^n} = \frac{2^n a}{2^n} - \frac{a}{2^n} + \frac{b}{2^n}$ = a + $\frac{1}{2^n}$·(b – a)

zu zeigen: a + $\frac{1}{2^n}(b-a)$ > a

→ Da b > a ist, muss die Differenz (b –a) > 0 sein. Da bei dem Bruch $\frac{1}{2^n}$ sowohl der Zähler als auch der Nenner positiv ist, muss der Bruch $\frac{1}{2^n}$ ebenfalls positiv sein.

→ Deshalb muss der Ausdruck $\frac{1}{2^n}(b-a)$ ebenfalls positiv sein, denn das Produkt von zwei positiven Zahlen ist immer positiv.

→ Demzufolge muss $\frac{(2^n-1)a+b}{2^n}$ = a + $\frac{1}{2^n}(b-a)$ > a sein, da eine positive Zahl ($\frac{1}{2^n}(b-a)$) zu a addiert wird.

→ Somit ist die Aussage wahr, dass alle Mittelwerte M_n > a sind.

Aussage: $M_n = \frac{(2^n-1)a+b}{2^n}$ < b

Diese Aussage ist gültig für n, wobei n alle natürlichen Zahlen durchläuft, und für alle rationalen Zahlen a und b, wobei b größer als a ist.

Beweis: $\frac{(2^n-1)a+b}{2^n} = \frac{2^n a-a+b}{2^n} = \frac{2^n a}{2^n} - \frac{a}{2^n} + \frac{b}{2^n}$ = a + $\frac{1}{2^n}(b-a)$

→ Zu zeigen: a + $\frac{1}{2^n}(b-a)$ < b

→ Für die Zahl b gilt: b = a + 1(b – a); die Richtigkeit dieser Aussage können Sie durch Auflösung der Klammer nachvollziehen.

→ Somit muss folgende Beziehung bewiesen werden:

a + $\frac{1}{2^n}(b-a)$ < a + 1(b – a)

→ a + $\frac{1}{2^n}(b-a)$ < a + 1(b – a) |- a

→ $\frac{1}{2^n}(b-a)$ < 1(b – a) |: (b – a)

→ $\frac{1}{2^n}$ < 1 (Das Ungleichheitszeichen ändert sich nicht, weil durch eine positive Zahl dividiert wurde.)

→ $\frac{1}{2^n} < 1$ ist eine wahre Aussage für alle n, da der Nenner 2^n immer größer als 1 ist. Somit ist der Nenner für alle n größer als der Zähler. Wenn der Nenner größer als der Zähler ist, so ist der Bruch immer kleiner als 1.

→ Somit ist die Aussage wahr, dass alle Mittelwerte $M_n < b$ sind.

Fazit: Die Menge der rationalen Zahlen ist dicht, da zwischen zwei beliebigen rationalen Zahlen immer unendlich viele andere rationale Zahlen liegen. Es stellt sich jetzt die Frage, ob man aus der Dichte der rationalen Zahlen folgern kann, dass die rationalen Zahlen die Zahlengerade vollständig ausfüllen. Auf den ersten Blick sieht es so aus, aber seien Sie lieber mit Ihrem Urteil vorsichtig. Es kann ja sein, dass die Zahlengerade trotz der Dichte der rationalen Zahlen immer noch Lücken aufweist. Die obige Frage werde ich im übernächsten Kapitel noch einmal aufgreifen und Ihnen dann eine Antwort präsentieren.

3.1 „Gehirnjogging – Runde 1“

3.1.1 Allgemeine Erläuterungen:

Nachdem Sie sich durch die verschiedenen Kapitel der Zahlenbereiche gearbeitet haben, sind Sie jetzt geistig fit für das „Gehirnjogging“. Diese Rubrik enthält Aufgaben aus dem Bereich der sog. „Unterhaltungsmathematik“.
Diese Aufgaben können Sie in der Regel nicht nach „Schema F“ lösen. Sie benötigen für das Lösen der Aufgaben einige Geistesblitze. Manchmal wird das Lösen einige dieser Aufgaben recht viel Zeit in Anspruch nehmen (eine oder mehrere Stunden können Sie durchaus bei einigen Aufgaben einkalkulieren). Sollten Sie auch nach längerem Bemühen keinen Ansatz für das Lösen dieser Aufgaben finden, so können Sie sich meine Lösungen anschauen. Sie können alle Aufgaben mithilfe der Realschulmathematik und den bisher neu erworbenen Kenntnissen lösen.
In dem Buch „Ewalds Mathespielwiese – Teil 3“ werden Sie ebenfalls mit „Gehirnjoggingaufgaben“ konfrontiert. Bei einigen Aufgaben wird es sich um Aufgaben aus dem Bereich der Logik handeln.
Ich hoffe, dass Sie viel Spaß bei der Bearbeitung dieser Aufgaben haben werden. Verzagen Sie nicht, auch wenn Ihnen bei keiner Aufgabe der Lösungsweg gelingen sollte. Denken Sie stets daran, dass das Nachvollziehen einer fertigen Lösung ebenfalls eine große geistige Leistung ist.

3.1.2 Verschiedene Aufgaben:

Aufgabe 1: Ein Freund gibt Ihnen neun gleich große Kugeln, die äußerlich nicht zu unterscheiden sind. Acht Kugeln besitzen das gleiche Gewicht. Eine Kugel ist etwas schwerer als die anderen Kugeln. Ohne Hilfsmittel können Sie jedoch nicht feststellen, welche der Kugeln die schwerere ist. Deshalb gibt Ihnen der Freund eine Balkenwaage ohne Gewichte. Sie sollen jetzt mit genau zwei Wiegevorgängen feststellen, welche Kugel die schwerste ist. Wie gehen Sie vor?

Aufgabe 2: Zwei Schiffbrüchige können sich auf eine unbewohnte Insel retten. Nach einigen Tagen wird ein 24-Literfass mit Rum angespült. Der Inselgeist meint es gut mit den beiden Schiffbrüchigen und lässt ihnen eine leere 15 Liter fassende und eine leere 9 Liter fassende Flasche zukommen. Die beiden Schiffbrüchigen wollen den Rum so auf zwei Gefäße verteilen, dass beide genau 12 Liter Rum erhalten.
Wie viele Umgießvorgänge, bezogen auf die drei Gefäße, sind nötig, so dass sich schließlich 12 Liter Rum im Fass und 12 Liter Rum in der 15-Liter-Flasche befindet? Wir wollen voraussetzen, dass die beiden keinen Tropfen des Rums vergießen und sie keine weiteren Gefäße zum Umgießen besitzen.

Aufgabe 3: Die beiden Riesen, Ursus und Öhnchen, haben zu Weihnachten von ihren Eltern jeweils

eine Kugel geschenkt bekommen. Die Äquatorlänge von Ursus Kugel beträgt 2000 Meter, die von Öhnchens Kugel 75 Meter. Aus dekorativen Gründen haben die Eltern bei beiden Kugeln den Äquator mit einem farbigen Band straff umspannt. Ursus und Öhnchen möchten jedoch ein längeres Band haben. Dieses Band möchten sie in einem bestimmten gleichbleibenden Abstand zur Kugeloberfläche rund um den Äquator spannen und mit Stützpfeilern fixieren. Die beiden wünschen sich das längere Band, weil sie den Familienhund Urselfix auf die Kugeln setzen wollen. Urselfix soll dann von den glatten Kugeln unter dem Seil hindurchrutschen. Urselfix kann sich dabei nicht verletzen, da die beiden gutmütigen Riesen ihn nach der Rutschpartie liebevoll auffangen. Die Eltern haben noch zwei Seile; das eine ist 2010 Meter und das andere 85 Meter lang. Beide Seile sind also 10 Meter länger als die ursprünglichen Seile. Ursus und Öhnchen sind über die neuen Seile sehr enttäuscht, da sie glauben, dass nicht einmal ein kleiner Käfer unter dem Seil hindurchrutschen kann. Der Vater beruhigt die beiden Söhne und sagt zu ihnen, dass der treue Urselfix mit seiner Größe von 1,20 Meter, ohne sich bücken zu müssen, unter dem Seil hindurch rutschen kann.
Überprüfen Sie rechnerisch, ob der Vater oder die Söhne Recht haben.

Aufgabe 4: Eine alte Sage der Inkas besagt, dass sich unter einer quadratischen Pyramide ein großer Goldschatz befindet. Alle Kanten und auch die senkrechte Höhe der Pyramide besitzen ganzzahlige Maßzahlen. Der Schatz befindet sich in einem quaderförmigen Behälter. Der Mittelpunkt des Behälters ist genau 9 Meter von jeder der 5 Ecken der Pyramide entfernt. Überprüfen Sie, ob es tatsächlich so eine Pyramide geben kann, die nur ganzzahlige Maßzahlen besitzt.
Falls ja, berechnen Sie, in welcher Tiefe sich der Mittelpunkt des quaderförmigen Goldschatzbehälters befindet.

Aufgabe 5: Der Polizeihund Hurtig ist in den wohlverdienten Ruhestand gegangen. Da sein Herrchen Hobbyschafzüchter ist, darf Hurtig jetzt das Schaf Edzard, das auf einer kreisrunden Wiese grast, bewachen. Edzard und Hurtig können mit gleichbleibender Geschwindigkeit laufen, wobei Hurtig 4-Mal so schnell wie Edzard ist. Hurtig darf die Wiese nicht betreten, aber er muss Edzard daran hindern, die Wiese zu verlassen. Bisher hat das auch immer geklappt, aber seitdem Edzard aus dem Brunnen der Weisheit getrunken hat, verfolgt es eine erfolgreiche Entkommensstrategie. Es gelingt dem Schaf Edzard immer häufiger, die Wiese zu verlassen, ohne dass Hurtig es daran hindern kann. Welche Entkommensstrategie hat sich Edzard ausgedacht?
Es soll vorausgesetzt werden, dass Hurtig stets bemüht ist die kürzeste Entfernung zwischen den beiden herzustellen. Andererseits wird Edzard immer den kürzesten Weg zum Wiesenrand suchen.

Aufgabe 6: Ein junger Mann fährt seine Schwester und ihre drei Freundinnen zum Zoo. Er möchte von seiner Schwester wissen, wie alt ihre drei Freundinnen sind. Die Schwester gibt dem Bruder die folgenden Angaben:
♦ Wenn man das Alter der drei Freundinnen multipliziert, so erhält man die Zahl 144.
♦ Wenn man das Alter der drei Freundinnen addiert, so erhält man das Alter des Bruders.
♦ Alle Freundinnen sind älter als 1 Jahr.

Der Bruder macht seine Berechnungen und sagt zu seiner Schwester, dass er noch eine Angabe braucht. Die Schwester sagt daraufhin, dass die älteste Freundin mindestens 10 Jahre alt ist. In Sekundenschnelle kann der Bruder jetzt das Alter der drei Freundinnen seiner Schwester nennen.
Welche Überlegungen hat der Bruder durchgeführt?

Aufgabe 7: Eine Schüler-AG besteht aus einer gewissen Anzahl von Schülern. Jeder einzelne Schüler möchte allen anderen Schülern jeweils ein Geschenk überreichen.
Auf Beschluss werden weitere Schüler aufgenommen. Auch sie möchten sich an dieser Geschenkidee beteiligen. Aufgrund der Aufnahme von mehr als einem neuen Schüler,

müssen 34 weitere Geschenke besorgt werden.
Wie viele Schüler hat die AG ursprünglich gehabt?
Wie viele Schüler sind neu in die AG aufgenommen worden?

<u>Aufgabe 8</u>: Die beiden Wissenschaftler, Herr Gödel und Herr Einstein, machen einen gemeinsamen Spaziergang. Nach einer Weile fragt Herr Einstein nach der Zeit. Herr Gödel antwortet: „Es sind so viele Minuten vor 17 Uhr, wie es vor 100 Minuten 6-Mal so viele Minuten nach 13 Uhr waren." Herr Einstein kombiniert und weiß sehr schnell die Uhrzeit.
Wissen Sie sie auch?

<u>Aufgabe 9</u>: Zur Zeit der Einigung des Frankenreiches durch Clodwig, lebte der wohl mathematisch begabteste Elefantenbesitzer, den es je gegeben hat. Auf die Frage, wie alt sein einziger Elefantenbulle sei, antwortete er:
„Im Jahr x^3 war er x Jahre alt. Jetzt ist er x^2 Jahre alt, und in x Jahren wird seine Elefantentochter y Jahre alt sein. Dies wird im Jahr y^2 der Fall sein. Der Elefantenbulle war schon älter als 30 Jahre, als seine Tochter geboren wurde."
Ermitteln Sie, in welchem Jahr der Elefantenbulle geboren wurde und wie alt er und seine Tochter im Jahr y^2 sind.